CAPÍTULO II

Contenidos:

1. Productos notables. Factorización. Racionalización.
2. Fracciones algebraicas: Simplificación y operaciones.
3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Traducción de enunciados utilizando símbolos matemáticos. Problemas.
4. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Propiedades de las raíces. Problemas.
5. Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. Métodos de resolución. Problemas.
6. Respuestas de las Prácticas.
7. Autoevaluación.

<u>Distribución de contenidos por clase:</u>

Clase Nº 1: Contenido 1

Clase Nº 2: Contenidos 2 y 3

Clase Nº 3: Contenidos 3 y 4

Clase Nº 4: Contenidos 4 y 5

1. Productos notables. Factorización. Racionalización

Productos notables:

Las expresiones siguientes se pueden aplicar en ambas direcciones (desarrollo y factorización):

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
- $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

Factorizar una expresión algebraica es descomponerla en el *producto* indicado de sus factores

Práctica I

1. Deducir las fórmulas de $(a-b)^2$ y $(a-b)^3$ a partir de las de $(a+b)^2$ y $(a+b)^3$ respectivamente.

2. Calcular:

a) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^2$

b) $\left(\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}\right)^4$

c) $\left(\sqrt{5}+3\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{20}-3\sqrt{12}\right)$

d) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1\right)$

e) $\left(-3^{2n}+81^{n+1}\right)^2$

f) $\left(x^2+x+1\right)^2$

g) $\dfrac{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}{2} - \dfrac{\left(e^x-e^{-x}\right)^2}{2}$

h) $\left(\sqrt{2}-1\right)^3$

i) $(Sen\alpha + Cos\alpha)^2 + (Sen\alpha - Cos\alpha)^2$

j) $(m^{-2}n^{\frac{1}{4}} - m^{\frac{1}{2}}n^{-1})^2$

k) $(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^3$

l) $\left(2^x - 3^y\right)\left(3^y + 2^x\right)$

m) $\dfrac{\left(2^x+1\right)^3-8\cdot 2^x\left(2^x-2\right)^2-3\left(2^x+5\right)\left(2^x-8\right)+7\cdot 2^{3x}}{\left(2^x-1\right)\left(2^x-2\right)}$

3. Si $\left(10^{12}+25\right)^2-\left(10^{12}-25\right)^2=10^n$, ¿Cuál es el valor de n?

4.

a) Sea $a=\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ y $b=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$. Calcular a^2, ab, $(a+b)^2$, $(a-b)^2$

b) Si $(a-b)^2=16$ y $ab=21$. Calcular a^2+b^2

5. Factorizar las expresiones que se dan a continuación:

a) $x^2-\dfrac{81}{25}$

b) $21p^6+7p^4-49p^2$

c) $x^2-7x+10$

d) $6x^2-5x-4$

e) x^2-36

f) $(x+1)^2-81$

g) $1-\dfrac{4}{9}a^8$

h) $m^3+3m^2-16m-48$

i) $34a\,x^2+51a^2\,y-68a\,y^2$

j) $x^4-x^3+x^2-x$

k) $4a^2+15a+9$

l) $2\,am-2an+2a-m+n-1$

m) $x(a+1)-a-1$

n) $9x-36+x^2$

ñ) x^4-5x^2-36

o) $a(x+1)+b(x+1)$

p) $25x^{-4}-z^6y^{12}$

q) x^2-x-72

r) $(a-2)^2-(a+3)^2$

s) $15x^4-15x^3+20x^2$

t) $16x^2+\dfrac{8xy}{5}+\dfrac{y^2}{25}$

u) a^3-64

v) $7x^2+31x-20$

w) $-$

x) $2a^2x+2ax^2-3ax$

y) $a^4-(a+2)^2$

z) $x^2+8x+15$

6. Factorizar las siguientes expresiones:

a) $3x^2+3x-6$

b) $4x^2+17x+4$

c) $x(2a+b+c)-2a-b-c$

d) $-12m+m^2+32$

e) $-8ab+a^2b^2-48$

f) $2xa(n-1)-3y(n-1)$

g) $a(n+2)+n+2$

h) $a^2+1-b(a^2+1)$

i) $1-x+2a(1-x)$

j) $4x(m-n)+n-m+x(m+n)$

k) $a^3(a-b+1)-b^2(a-b+1)$

l) $4m(a^2+x-1)+3m(x-1+a^2)$

7. Racionalizar el denominador en las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

b) $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

c) $\dfrac{2x^2y}{3\sqrt[3]{xy}}$

d) $\dfrac{x}{\sqrt[4]{(x+y)^3}}$

e) $\dfrac{3x}{\sqrt{x+b}}$

f) $\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}$

g) $\dfrac{2}{\sqrt{\sqrt{x}-1}}$

h) $\dfrac{-2}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$

i) $\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

j) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}}$

8. Calcular $x=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

9. Calcular el valor de Z, sabiendo que Z= $\left(3+\sqrt{5}\right)^2-3\left(2\sqrt{5}-2\right)^2$

10. Calcular el valor de Y, sabiendo que Y =$\left(2\sqrt{11}-3\sqrt{99}\right)^2-2\left(3\sqrt{7}+\sqrt{448}\right)^2$

11. Calcular $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

2. Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones

Una *fracción algebraica* es aquella que tiene expresiones literales bien sea en el numerador o en el denominador o en ambos, por ejemplo $\frac{2a}{3}$, $\frac{5a^2}{3b}$, $\frac{5(a^2+b^2)}{3(b+a)}$

Pasos a seguir para *simplificar* fracciones algebraicas:

- Factorizar el numerador y el denominador
- Simplificar los factores que sean iguales en el numerador y el denominador

Operaciones con fracciones algebraicas:

Las reglas para la adición, multiplicación y división de fracciones algebraicas son similares a las correspondientes en el conjunto □.

Ejemplos:

- Simplificar las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{a^2+5a-6}{3a+18}$ **b)** $\frac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1}$

Solución:

a) $$\frac{a^2+5a-6}{3a+18} = \frac{\cancel{(a+6)}(a-1)}{3\cancel{(a+6)}} = \frac{(a-1)}{3}$$

b) $$\frac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1} = \frac{a^3+1}{(a^4-a^3)+(a-1)} = \frac{a^3+1}{a^3(a-1)+(a-1)} = \frac{\cancel{(a^3+1)}}{(a-1)\cancel{(a^3+1)}} = \frac{1}{a-1}$$

Nota Importante:

$$\frac{5a+b}{3b} \neq \frac{5a}{3}$$ *No es correcto porque 3b divide a "5a" y "b"*

Práctica II

1. Simplificar las fracciones algebraicas siguientes:

a) $\dfrac{3ab}{2a^2x+2a^2}$ **b)** $\dfrac{m^2+n^2}{m^4-n^4}$ **c)** $\dfrac{(a-x)^3}{a^3-x^3}$

d) $\dfrac{a^2-a-20}{a^2-7a+10}$ **e)** $\dfrac{(1-a^2)^2}{a^2+2a+1}$ **f)** $\dfrac{4a^2-(x-3)^2}{(2a+x)^2-9}$

g) $\dfrac{a^2-a^3-1+a}{a^2+1-a^3-a}$

2. Efectuar la operación indicada y simplificar:

a) $\dfrac{a^2-ab+a-b}{a^2+2a+1}\times\dfrac{3}{6a^2-6ab}$

b) $\left(\dfrac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2}\times\dfrac{1}{a^3+a^2x}\right)\div\left(\dfrac{a^3-a^2x}{a^2+2ax+x^2}\times\dfrac{a^2-x^2}{a^3+ax^2}\right)$

c) $\dfrac{a^4-1}{a^3+a^2}\div\dfrac{a^4+4a^2+3}{3a^3+9a}$

d) $\dfrac{x^2-x-12}{x^2-49}*\dfrac{x^2-x-56}{x^2+x-20}\div\dfrac{x^2-5x-24}{x+5}$

e) $\dfrac{x^2-9}{3-x}.\dfrac{y}{x+3}$

3. Efectuar la operación indicada y simplificar:

a) $\dfrac{1}{a^2-b^2}+\dfrac{1}{(a-b)^2}$ **c)** $\dfrac{1-x^2}{9-x^2}-\dfrac{x^2}{9+6x+x^2}-\dfrac{6x}{9-6x+x^2}$

b) $\dfrac{3}{x^2+y^2}+\dfrac{2}{(x+y)^2}$ **d)** $\dfrac{1}{x-\dfrac{x}{x-\dfrac{x^2}{x+1}}}$

3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Traducción de enunciados utilizando símbolos matemáticos. Problemas.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Problemas

Una ecuación de primer grado con una incógnita es de la forma: $ax + b = 0$ con a y b números reales.

- Si $a \neq 0$ entonces la ecuación $ax+b = 0$ tiene exactamente una solución:

$$x = \frac{-b}{a}$$

- Si a = 0 se pueden presentar dos casos:
  (1) b = 0. La ecuación tiene infinitas soluciones.
  (2) $b \neq 0$. La ecuación no tiene solución.

Ejemplo:

- Efectuar: $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-3}{7} = 4 + \frac{x-2}{35}$

Solución:

Se calcula el m.c.m. de los divisores que es 35 y se efectúa:

$$\frac{21x+14-20x+15}{35} = \frac{140+x-2}{35} \Rightarrow x+29 = 140+x-2 \Rightarrow 0 \cdot x = 109$$

Lo cual indica que la ecuación no tiene solución.

Al plantear problemas relacionados con ecuaciones, se encuentran frecuentemente ciertas expresiones, algunas de las cuales se mencionan a continuación:

Más, adición, agregar, añadir, aumentar	+
Menos, diferencia, disminuido, exceso, restar	-
Multiplicación, de, del, veces, producto, por, factor	*
División, cociente, razón, es a	÷
Igual, es, da, resulta, se obtiene, equivale a	=
Un número cualquiera	x
Antecesor de un número entero cualquiera	x -1
Sucesor de un número entero cualquiera	x +1
Cuadrado de un número cualquiera	x^2
Cubo de un número cualquiera	x^3
Doble de un número, duplo, dos veces, número par, múltiplo de 2	2x

Triple de un número, triplo, 3 veces, múltiplo de 3	3x
Cuádruplo de un número	4x
Mitad de un número	—
Tercera parte de un número	—
Número impar cualquiera	2x+1
Semi-suma de dos números	$\frac{+}{\quad}$
Semi-diferencia de dos números	$\frac{-}{\quad}$
Números consecutivos enteros cualesquiera	x, x+1, x+2
Números pares enteros consecutivos	2x,2x+2,2x+4
Números impares enteros consecutivos	2x+1, 2x+3,2x+5

Práctica III

1. En cada uno de los siguientes casos, despeje de la igualdad de la izquierda, la letra indicada a la derecha:

a) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ $\quad h = ?$

b) $F = \frac{G m_1 m_2}{d^2}$ $\quad m_2 = ?$

c) $e = \frac{1}{2} g t^2$ $\quad t = ?$

d) $\frac{A}{A'} = \frac{C}{C'}$ $\quad A' = ?$

e) $\frac{T + x}{T' - x} = \frac{C + d}{C' - d}$ $\quad x = ?$

2. Resolver en el conjunto □ las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3}{4}x - 1 = 2 + \frac{1}{5}x$

b) $\frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{3} = \frac{3x}{4}$

c) $\frac{x+9}{3} + x = \frac{x-2}{5}$

d) $\frac{5+3x}{2} - \frac{2x+5}{3} = \frac{x+10}{3}$

e) $\frac{(x+1)^2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} = \frac{x(x+2)}{2}$

f) $\frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$

g) $x^2 + \frac{1}{x+4} = 9x + \frac{1}{x+4} - 20$

h) $\frac{x}{6} - \frac{x - \frac{1}{2}}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$

i) $\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-3}{7}=4+\frac{x-2}{35}$ **j)** $\frac{x+1}{4}-\frac{2x-1}{5}+\frac{3x+1}{2}=\frac{27x+19}{20}$

k) $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-1}{x+2}=\frac{2(x^2+2)}{x^2-4}$

3. ¿Cuál debe ser el valor de c para que una solución de la ecuación $3x+1-5c = 2c + x - 10$ sea 3?

4. Exprese simbólicamente los siguientes enunciados:

a) Las tres cuartas partes de un número N es igual al cuadrado de dicho número.

b) Un número real a diferente de cero es tal que su cubo es igual al doble de la raíz cuadrada de su cubo.

c) La edad actual x de Arturo más la mitad de años que tendrá dentro de 12 años es igual a 36 años.

d) Si a un número z se le multiplica por 4, al resultado se le suma 4, después se divide por 4 y al cociente se le resta 4 da como resultado 4.

e) ¿Como se lee la expresión $2x^3$

e.1- El doble del cubo de un número
e.2- El doble del triple de un número
e.3- El cubo del doble de un número
e.4- El cubo del cuadrado de un número

5. Si la mitad de 5p es 3u ¿Cuál es la tercera parte de 10p?

6. De un recipiente que contiene agua se extrae la mitad y luego la tercera parte de lo que queda y todavía hay 100 litros. ¿Cuántos litros de agua tenía originalmente?

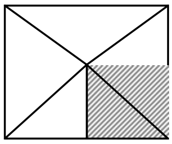
7. Si la diagonal de un cuadrado mide $x + y$ ¿Cuál es el perímetro, en función de x e y, de otro cuadrado cuya área es el doble de la del cuadrado original?

8. A un ángulo agudo α se le suma la mitad de su complemento y se le resta la mitad de su suplemento ¿Cuál es la medida del ángulo resultante?

9. El área de un rectángulo es 32 unidades cuadradas. Si su ancho es la mitad de su largo ¿Cuánto mide la longitud de la diagonal?

10. Los lados de un triángulo están en la proporción 3:4:5 y su perímetro es 24 metros. ¿Cuál es la longitud de su lado mayor y de su lado menor?

11. Si el cuadrado de la figura tiene 8 cm de lado ¿Cuál es el área de la región sombreada?



12. Luis tiene 38 años y Juan 28 años ¿Dentro de cuántos años la edad de Juan será los tres cuartos de la edad de Luis?

13. Una llave puede llenar un depósito en 5 minutos, otra llave en 6 y otra llave en 12 minutos ¿En cuánto tiempo llenarán el deposito las tres llaves abiertas al mismo tiempo?

14. Pedro tenía Bs. 540 y Adolfo Bs. 320. Ambos ganaron una misma cantidad de dinero y la suma de lo que tienen ambos ahora excede en Bs. 660 al cuádruplo de lo que ganó cada uno. ¿Cuánto ganó cada uno?

15. Un conejo es perseguido por un perro. El conejo lleva una ventaja inicial de 50 de sus saltos al perro. El conejo da 5 saltos mientras el perro da 2, pero el perro en 3 saltos avanza tanto como el conejo en 8 saltos ¿Cuántos saltos debe dar el perro para alcanzar al conejo?

16. La suma de las cifras de un número positivo menor que 100 es 9. Si al número se le resta 27 las cifras se invierten. Hallar el número.

17. Hallar dos números consecutivos positivos tales que el cuadrado del mayor exceda en 57 al triple del menor.

18. Una compañía de 180 hombres está dispuesta en filas. El número de soldados de cada fila es 8 más que el número de filas que hay. ¿Cuántas filas hay y cuántos soldados en cada una?

19. Resolver y discutir las siguientes ecuaciones donde "x" es la incógnita y "m" es un parámetro:

a) $m(x+3)=1+x$ **b)** $mx+3(m+2)=(m+2)^2-2x$

20. Resolver las siguientes ecuaciones en el conjunto $\mathbb{Q}$ de los números racionales:

a) $x^2(x^2+7)+4(7+x^2)=0$

b) $(x^2+x-3)^2=(x^2-x-1)^2$ (trabajar preferiblemente con Factorización)

c) $(2x^2-7x+4)^2=(2x^2+7x-5)^2$

21. La edad de Pedro es 41 años y la edad de su hijo es 9. ¿Al cabo de cuantos años la edad del padre será el doble de la edad de su hijo?

22. Si calculo el doble del número obtenido restando 6 a mi edad, obtengo el mismo número que cuando añado 25 a mi edad. ¿Cuál es mi edad?

4. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Propiedades de las raíces. Problemas.

Una ecuación cuadrática es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ con a, b y c números reales, $a \neq 0$.

La expresión $\Delta = b^2 - 4ac$ de denomina *discriminante* de la ecuación y según su valor se presentan tres casos:

- Si $\Delta = 0$ la ecuación tiene una raíz doble $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta > 0$ la ecuación tiene dos raíces reales y diferentes, que son:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$ la ecuación no tiene raíces reales

Suma y producto de las raíces reales de una ecuación de 2º grado

Si $\Delta \geq 0$ la ecuación tiene dos raíces reales x_1 y x_2.

La suma es $S = x_1 + x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\dfrac{b}{a} \Rightarrow$ $\boxed{S = x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}}$

El producto es:

$$P = x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$$\boxed{P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}}$$

Si $a = 1$ entonces $P = c$ y $S = -b$, luego la ecuación se escribe $x^2 - Sx + P = 0$.

Ecuaciones que se reducen a ecuaciones de primer grado o de segundo grado

1. *Ecuaciones de la forma* **A(x).B(x) = 0**

Se aplica la propiedad A(x).B(x) = 0 $\Leftrightarrow$ A(x)= 0 ó B(x) = 0

2. *Ecuaciones de la forma* $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$

Se aplica la propiedad $\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \quad \wedge \quad B(x) \neq 0$

3. *Ecuaciones irracionales*: Son aquellas en las cuales la incógnita figura bajo el signo de uno o varios radicales. Por ejemplo:

$$\sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3}\text{, con } 2x+1 \geq 0 \quad \text{y} \quad x-3 \geq 0$$

y

$$x - \sqrt{2x+7} = 4\text{, con } 2x+7 \geq 0$$

Las ecuaciones irracionales se resuelven "eliminando" los radicales. En el caso de la raíz cuadrada, que es la más común, se elevan al cuadrado ambos miembros de la ecuación pero sin olvidar que cuando se *elevan al cuadrado ambos miembros de una ecuación*, se pueden introducir "soluciones extrañas" a la ecuación original.

Ejemplos:

- Formar una ecuación de 2 grado cuyas raíces sean: x_1= 6 y x_2 = 4

Solución:

$S = x_1 + x_2 = 10 \qquad P = x_1 \cdot x_2 = 24$

La ecuación es $x^2 - 10x + 24 = 0$.

- Determinar dos números cuya suma sea 6 y su producto 5.

Solución:

$x_1 + x_2 = S = 6 \qquad x_1 \cdot x_2 = P = 5$

Los números buscados son soluciones de la ecuación $x^2 - 6x - 5 = 0$, es decir:

$$x_1 = 3 - \sqrt{14}, \quad x_1 = 3 + \sqrt{14}$$

- Resolver la ecuación $(2x-1)^2 - 9(x+7)^2 = 0$

<u>*Solución*</u>*:* Factorizando y efectuando:

$$\left[(2x-1)-3(x+7)\right]\left((2x-1)+(3x+7)\right)=0$$
$$(-x+22)(5x+20)=0$$
$$-x+22=0 \quad \text{ó} \quad 5x+20=0$$
$$x=-22 \quad \text{ó} \quad x=-4$$

- Resolver la ecuación $\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x(x-2)}$

<u>*Solución*</u>*:* Se observa que $x \neq 0$ y $x \neq 2$. Luego, calculando el mínimo común de los denominadores y efectuando:

$$(x+2)-(x-2)=2$$
$$x(x+1)=0 \quad \Rightarrow \quad x=0 \quad \text{ó} \quad x=-1$$

Sólo se puede considerar como solución: $x=-1$

- Resolver la ecuación paramétrica $2m - 2x - m(x-1) = 2m + 3$

<u>*Solución*</u>*:* Una ecuación paramétrica es aquella en la cual, además de la incógnita, aparecen otras letras llamadas <u>*parámetros*</u> *(m)*, cuyo valor se supone conocido.

Al efectuar queda: $2m - 2x - mx + m = 2m + 3 \Rightarrow -(2+m)\,x = 2m + 3 - 3m$

$$\Rightarrow -(2+m)\,x = -m + 3$$
$$\Rightarrow (m+2)\,x = m - 3$$

Si $m = -2$ entonces la ecuación se reduce a $0.x = -5$ que no tiene solución.

Si $m \neq -2$ entonces $x = \dfrac{m-3}{m+2}$

- Resolver la ecuación $x - \sqrt{2x+7} = 4$ (1)

<u>*Solución*</u>*:* Se debe verificar $2x+7 \geq 0$, es decir, $x \geq -\dfrac{7}{2}$

Se deja el radical en uno de los miembros, luego: $x-4=\sqrt{2x-7}$

Elevando al cuadrado ambos miembros $(x-4)^2 = \left(\sqrt{2x-7}\right)^2$ se obtiene

$$x^2 - 8x + 16 = 2x - 7 \Rightarrow x = 9 \quad \text{ó} \quad x = 1$$

Sustituyendo en (1) se ve que x = 1 no es solución de la ecuación; sólo lo es x = 9

Práctica IV

1. Resolver en el conjunto □ las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + x - 12 = 0$ **b)** $3x^2 - 11x - 4 = 0$

c) $2x^2 + 2x + 2 = 0$ **d)** $x^2 - 7x + 12 = 0$

e) $x^2 - \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 4 = 0$ **f)** $4x^2 - 4x + 1 = 0$

g) $-x^2 + 6x - 9 = 0$ **h)** $\sqrt{x + \sqrt{x+8}} = 2\sqrt{x}$

2. Determinar la ecuación de segundo grado cuyas raíces son:

a) 1 y $\frac{1}{2}$ **b)** -2 y $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{a}{2}$ y $-\frac{b}{3}$ **d)** $2+\sqrt{5}$ y $2-\sqrt{5}$

3. Hallar dos números reales sabiendo que:

a) La suma es 11 y el producto es 30

b) La suma es $\frac{31}{40}$ y el producto es $\frac{3}{20}$

c) La suma es a y el producto es $-2a^2$

4. Se consideran las ecuaciones de segundo grado: $ax^2 + bx + c = 0$ (1)
$cx^2 + bx + a = 0$ (2)

con $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

a) Resolver las ecuaciones (1) y (2) para a = 1, b = -5 y c = 2.

b) Demostrar que las raíces reales de la ecuación (2) son inversas de las raíces reales de la ecuación (1)

5. Resolver las ecuaciones:

a) $(x+1)^2(3x-5) = (x^2-1)^2$ **c)** $2\sqrt{x} = \sqrt{x+7} + \frac{8}{\sqrt{x+7}}$

b) $(x^2 - 7x + 6)^2 - (x^2-1)^2 = 0$

6. Resolver los siguientes problemas planteando una ecuación de segundo grado

a) Hallar dos números consecutivos tales que el cuadrado del mayor exceda en 57 al triple del menor.

b) Una persona compró cierto número de libros, de igual costo, por Bs. 180.000. Si hubiera comprado 6 libros menos, por la misma cantidad de dinero cada libro, le habría costado Bs. 1000 más. ¿Cuántos libros compró y cuanto le costó cada uno?

c) Un tren ha recorrido 200 Km. en cierto tiempo. Para haber recorrido esa distancia en una hora menos, la velocidad debería haber sido 10 Km/h más. Hallar la velocidad del tren.

d) Dos autos se encuentran a 360 m de distancia y se dirigen el uno hacia el otro; la velocidad de uno de ellos excede a la del otro en 6 m/seg y el de menor velocidad tarda 10 segundos más que el otro en recorrer los 360 m. Hallar las velocidades de ambos.

e) Un señor compra cierta cantidad de camisas, de igual costo, por 2.400.000 Bs. si el precio de cada camisa es los 3/5 del número de camisas compradas. Hallar el número de camisas y el precio de cada uno.

f) Una señora compra naranjas por valor de 12 Bs. si hubiese comprado 20 naranjas más, le hubiera resultado cada una 2 céntimos más barata. ¿Cuántas naranjas compró? ¿Cuánto costó cada una?

g) Hallar tres números naturales pares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 200.

h) Halle tres números naturales impares consecutivos si la suma de sus cuadrados es 83.

i) La altura de un triángulo es triple de la base más 1 metro y el área es 40 m^2. Halle la base y la altura.

j) El área de un rectángulo es 40 m^2 y el largo excede al ancho en 3m. Halle las dimensiones.

k) La abuela quiere repartir 28 Bs. entre sus nietos. A cada uno le tocan tantos bolívares como nietos tiene la abuela más tres bolívares. ¿Cuántos son los nietos?

l) Un obrero ha recibido 500 Bs. por cierto número de jornales. Si hubiera trabajado 5 días menos pero con 2 Bs. más de jornales, recibiría 540 Bs. ¿Cuántos días ha trabajado y cuál fue su jornal?

7. a) ¿Qué valor se le debe dar a "m" para que la ecuación siguiente, donde "x" es la incógnita, tenga una raíz doble. Calcular el valor de esta raíz doble $(m-1)x^2+2(m+3)x+5m+3=0$

b) Se considera la ecuación: $3x^2-(m+1)x+m+2=0$ donde "x" es la incógnita y "m" es un parámetro. Calcular "m" para que una de las raíces sea igual a 3. Calcular la otra raíz.

8. Discutir y resolver las ecuaciones siguientes, donde "m" es un parámetro y "x" la incógnita:

a) $x^2-(3m-1)x+2m^2-m=0$

b) $x^2+mx-3m-9=0$

c) ¿Cuales son las raíces de la ecuación $x^2+3kx+2k^2-1=0$, si el producto de ellas es 7 y k es negativo?

5. Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. Métodos de resolución. Problemas

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas "x" e "y", con coeficientes reales es de la forma

$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ con *a*, *b*, *c*, *a'*, *b'* y *c'* números reales.

Existen varios métodos de resolución: sustitución, igualación, reducción y por determinantes.

Ejemplos:

- Resolver el sistema $\begin{cases} x + 6y = 27 & (a) \\ 7x - 3y = 9 & (b) \end{cases}$

Solución:

♦ Por el *método de igualación:*

Se despeja la misma variable en ambas ecuaciones (a) $x = 27 - 6y$ (b) $x = \dfrac{9+3y}{7}$

Igualando: $27 - 6y = \dfrac{9 + 3y}{7}$. Despejando: $y = 4$

Este valor se sustituye en cualquiera de las ecuaciones y se obtiene x=3

Este resultado indica que el sistema tiene una única solución (3,4) y por lo tanto es *compatible determinado*

- Resolver el sistema $\begin{cases} x + 3y = 6 & (a) \\ 3x + 9y = 10 & (b) \end{cases}$

Solución:

♦ Por el *método de sustitución:*

Se despeja una de las variables en la ecuación (a): $x = 6 - 3y$

Se sustituye el valor de x en la ecuación (b): $3(6 - 3y) + 9y = 10 \Rightarrow 0 \cdot y = -8$ Este resultado nos indica que el sistema es, incompatible, es decir, no tiene solución.

- Resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = -13 & (a) \\ 6x + 9y = -39 & (b) \end{cases}$

<u>*Solución*</u>*:*

♦ Por el *método de reducción:*

El objetivo es lograr que la misma incógnita tenga coeficientes opuestos en las dos ecuaciones. Si en la ecuación (b) se dividen sus coeficientes por "-3" queda:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -13 \\ -2x - 3y = 13 \end{cases}$$

Este resultado significa que las ecuaciones son equivalentes y por lo tanto el sistema tiene infinitas soluciones. Para encontrar algunas de ellas basta con darle un valor arbitrario a x, sustituirlo en las ecuaciones (a) o (b) y obtener el valor de y. En particular:

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{-17}{3}$, es decir el par $\left(2, -\frac{17}{3}\right)$ $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-13}{3}$, es decir el par $\left(0, -\frac{13}{3}\right)$

Ejemplo:

- Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: "¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga se igualará a la mía". ¿Decidme, doctos matemáticos, cuántos sacos llevaba el caballo, y cuántos el mulo?

<u>*Solución*</u>*:*

x es la cantidad de sacos que lleva el caballo **y** es la cantidad de sacos que lleva el mulo	Si yo te tomara un saco	*x - 1*
	mi carga	*y + 1*
	sería el doble que la tuya.	*y + 1 = 2 (x - 1)*
	Y si te doy un saco,	*y - 1*
	tu carga	*x + 1*
	se igualará a la mía	*y - 1 = x + 1*

Hemos planteado el problema mediante un sistema de ecuaciones con dos incógnitas: $\begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + y = 2 \end{cases}$

Una vez resuelto el sistema se obtiene *x* = 5, *y* = 7. Es decir, el caballo lleva 5 sacos, y el mulo lleva 7 sacos.

- Resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 6y = -2 \end{cases}$

Solución:

Utilizando *determinantes*, sea a = 2, b = 5, c = - 1, a' = 3, b' = -6, c'= -2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = [2.(-6)] - [5.3] = (-12) - (15) = -27 \;\Rightarrow \Delta = -27$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = [-1.(-6)] - [5.(-2)] = 6 - (-10) = 16 \Rightarrow \Delta_x = 16$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = [2.(-2)] - [3.(-1)] = -4 - (-3) = -1 \;\Rightarrow \Delta_y = -1$$

Luego: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-16}{27}$; $\quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{1}{27}$

- Resolver el sistema $\begin{cases} 6x + 9y = 7 \\ 4x + 6y = -5 \end{cases}$

El sistema es incompatible ya que $\frac{6}{4} = \frac{9}{6} \neq -\frac{7}{5}$

(No tiene solución)

- Resolver el sistema $\begin{cases} 6x - 2y = -4 \\ 15x - 5y = -10 \end{cases}$

El sistema es indeterminado ya que $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

(Infinitas soluciones)

- Resolver el sistema $\begin{cases} -6x + 3y = 7 \\ \frac{1}{2}x - 5y = 8 \end{cases}$

Es compatible determinado ya que $\frac{-6}{1/2} \neq \frac{3}{-5}$

Recordemos:

Si a', b' y c' son no nulos, podemos concluir lo siguiente:

- $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ Solución única.
- $\frac{a'}{a} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ Sistema incompatible. (No tiene solución)
- $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ Sistema indeterminado. (Tiene infinitas soluciones)

- Resolver en $\mathbb{R}$ el sistema: $\begin{cases} (m+1)x + y = m+3 \\ 3x + (m-1)y = -3 \end{cases}$ con "m" un parámetro real

<u>Solución</u>:

Se forma el determinante del sistema: $\Delta = \begin{vmatrix} (\quad) & \\ & (\quad) \end{vmatrix}$ = m^2 - 4 = (m +2)(m -2)

Casos: a) Si m$\neq$2 y m$\neq$- 2, entonces $\Delta \neq 0$ y el sistema admite una única solución

$$= \frac{\Delta}{\Delta} \qquad = \frac{\Delta}{\Delta}, \text{ luego } x = \frac{m}{m+2}, \quad y = \frac{-6}{m-2}$$

b) Si m = 2, entonces Δ = 0, el sistema se escribe

$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ 3x - 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

Todo par $(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ con y = x+1 es una solución, luego hay infinitas soluciones que se obtienen dando valores a "x" y obteniendo valores de "y".

Si m = -2, entonces Δ = 0, el sistema se escribe

$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$ y no tiene solución

Práctica V

1. Resolver en $\mathbb{R}$ los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 5x - 2y = 19 \\ 7x - 8y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-3} \\ x + y = \dfrac{3}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{2x-3y}{8} - \dfrac{4x+2y}{15} + \dfrac{7}{3} = 0 \\ \dfrac{x+y}{2} = 1 - \dfrac{17}{4} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{8}{y}=-\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{7}{x}-\dfrac{3}{y}=\dfrac{17}{4} \end{cases}$ (Considerar incógnitas auxiliares $X=\dfrac{1}{x}, Y=\dfrac{1}{y}$)

e) $\begin{cases} \dfrac{4}{x^2}+\dfrac{8}{y+1}=3 \\ \dfrac{5}{x^2}-\dfrac{10}{y+1}=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$ (Considerar incógnitas auxiliares $X=\dfrac{1}{x^2}, Y=\dfrac{1}{y+1}$)

2. Resolver y discutir en □, los sistemas siguientes con "x", e "y" incógnitas y "m" un parámetro.

a) $\begin{cases} (m+1)x-y=m+3 \\ 3x+(m-1)y=-3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3} \\ (5-m)x+4my=0 \end{cases}$

3. Resolver los siguientes problemas utilizando un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

a) Si se multiplica por 3 el numerador de una fracción y se le suma 12 al denominador el valor de la fracción es ¾ y si el numerador se aumenta en 7 y el denominador se triplica, el valor de la fracción es ½ . Hallar la fracción.

b)Con una cinta se ha formado un triángulo equilátero de 12 mt de lado; también se forma un rectángulo tal que la base es el doble de la altura. Calcular las dimensiones de este rectángulo.

c)Un número consta de dos cifras cuyos valores absolutos suman 9, invertidas las cifras se obtiene un número que excede al primero en 45. ¿Cuál será el número?.

d)Si al mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y el residuo es 4, y si a 5 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 2 y el residuo es 17. Hallar los números

e)Al mayor de dos números le falta 1 para ser igual a 6 veces el menor, si del mayor se resta 2 y la diferencia se divide por el menor se obtiene por cociente 5. Hallar los números.

f)Cierto número de personas alquiló un autobús para ir de excursión. Si hubieran ido 10 personas más, cada una habría pagado Bs. 5 menos, y si hubieran ido 6 personas menos, cada una habría pagado Bs.5 más. ¿Cuántas personas iban en la excursión y cuánto pagó cada una?

g)La suma de una fracción y su inversa es igual a 17/4 y la diferencia de ambas es igual a 15/4. Calcular dichas fracciones.

Respuestas

Práctica I

2. a) $-4\sqrt{35}$ **b)** $3+2\sqrt{2}$ **c)** - 44

d) $\sqrt{\ }$ **e)** $3^{8n+8} - 2.3^{6n+4} + 3^{4n}$ **f)** $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

g) 2 **h)** $5\sqrt{2}-7$ **i)** 2

j) $- \quad - \quad -$ **k)** $a+3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b$ **l)** $2^{2x} - 3^{2y}$

m) $\dfrac{32\cdot 2^{2x}-20\cdot 2^{x}+121}{2^{2x}-3\cdot 2^{x}+2}$

3. 14

4.a) $a^2 = \quad \sqrt{\ }$, $ab = 1$, $(a + b)^2 = 16$, $(a - b)^2 = 12$ **b)** 58

5.a) $\left(\quad - \right)\left(\quad - \right)$ **j)** $x(x - 1)(1+x^2)$ **r)** $-5(2a+1)$

b) $7p^2(3p^4 + p^2 - 7)$ **k)** $(a+3)(4a+3)$ **s)** $5x^2(3x^2 - 3x + 4)$

c) $(x-5)(x-2)$ **l)** $(2a-1)(m-n+1)$ **t)** $\left(4x+\dfrac{y}{5}\right)^2$

d) $(3x-4)(2x+1)$ **m)** $(a+1)(x-1)$ **u)** $(a-4)(a^2+4a+16)$

e) $(X+6)(x-6)$ **n)** $(x+12)(x-3)$ **v)** $(x+5)(7x-4)$

f) $(x-8)(x+10)$ **ñ)** $(x^2+4)(x+3)(x-3)$ **w)** $(x-2)(x^2+2x+4)$

g) $\left(1+\dfrac{2}{3}a^4\right)\left(1-\dfrac{2}{3}a^4\right)$ **o)** $(x+1)(a+b)$ **x)** $a\,x\,(2a+2x+3)$

h) $(m+3)(m+4)(m-4)$ **p)** $(5x^{-2} - z^3y^6)(5x^{-2} + z^3y^6)$ **y)** $(a^2+a+2)(a-2)(a+1)$

i) $17a(2x^2 + 3a - 4y^2)$ **q)** $(x-9)(x+8)$ **z)** $(x+3)(x+5)$

6.a) $3(x-1)(x+2)$ **e)** $(ab-12)(ab+4)$ **i)** $(1-x)(1+2a)$

b) $4\left(x+\dfrac{1}{4}\right)(x+4)$ **f)** $(n-1)(2ax-3y)$ **j)** $(m-n)(5x-1)$

c) $(x-1)(2a+b+c)$ **g)** $(n+2)(a+1)$ **k)** $(a^3 - b^2)(a-b+1)$

d) $(m-8)(m-4)$ **h)** $(a^2+1)(1-b)$ **l)** $(a^2 + x - 1)7m$

7.a) $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$

b) $\frac{\sqrt{\ \ \ }}{\ }$

c) $-\ \sqrt{\ \ \ }$

d) $\frac{\sqrt{\ \ \ }}{\ }$

e) $2+\sqrt{3}$

f) $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$

g) $\frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{\sqrt{x}-1}\right)}{x-1}$

h) $-\frac{2}{3}\left(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}\right)$

i) $\sqrt{5}+4\sqrt{3}$

j) $\frac{9+6\sqrt{2}\sqrt{5}-6\sqrt{5}+15\sqrt{2}}{-31}$

8. 2
9. $\sqrt{\ }\ -$
10. −1.155
11. 2

Práctica II

1.a) $\frac{3b}{2a(x+1)}$

b) $\frac{\ }{-}$

c) $\frac{(a-x)^2}{a^2+ax+x^2}$

d) $\frac{(a+4)}{(a-2)}$

e) $(1-a)^2$

f) $\frac{2a-x+3}{2a+x+3}$

g) $\frac{a^2-1}{a^2+1}$

2.a) $\frac{1}{2a^2+2a}$

b) $\frac{1}{a}$

c) $\frac{3a-3}{a}$

d) $\frac{\ }{-}$

e) -y

3.a) $\frac{2a}{(a+b)(a-b)^2}$

b) $\frac{5x^2+6xy+5y^2}{\left(x^2+y^2\right)(x+y)^2}$

c) $\frac{9-54x-55x^2}{(3+x)^2\,(3-x)^2}$

d) - 1

Práctica III

1.a) $h=\frac{3V}{R^2}$

b) $m_2=\frac{Fd^2}{Gm_1}$

c) $t = \sqrt{\frac{2e}{g}} = -\sqrt{\frac{2e}{g}}$

d) $A' = \frac{AC'}{C}$ **e)** $x = \frac{T'(C+d) - T(C'-d)}{C'+C}$

2.a) $\frac{60}{11}$
b) -4
c) -3
d) 5
e) 1
f) No tiene solución
g) 5 ; 4
h) 3/5
i) No tiene solución
j) Infinitas soluciones
k) $\mathbb{R} - \{2, -2\}$

3. $\frac{17}{7}$ **5.** 4u **6.** 300 lts

7. 4(x+y) **8.** α - 45° **9.** d = $4\sqrt{5}$

10. Menor = 6m,
Mayor = 10 m.

11. 8 cm^2 **12.** 2 años

13. $2\frac{2}{9}$ minutos **14.** Bs. 100 **15.** 300 saltos

16. 63 **17.** 8 y 9. **18.** 10 filas de 18 soldados cada una.

19.a) m =1 No tiene solución m $\neq$ 1: $= \frac{-}{-}$
b) m = -2 S = R m $\neq$ - 2 x = m -1

20. a) No tiene solución en $\mathbb{R}$ **b)** $1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$ **c)** $\frac{9}{14}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

21. 23 años **22.** 37 años

Práctica IV

1.a) - 4 y 3
b) 4 y $-\frac{1}{3}$
c) No tiene solución
d) 4 y 3
e) $\frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{2}$
f) $\frac{1}{2}$
g) 3
h) 1

2. a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ **b)** $2x^2 + 7x + 6 = 0$
c) $6x^2 - (3a - 2b)x - ab = 0$ **d)** $x^2 - 4x - 1 = 0$

3.a) 5 y6 **b)** $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{8}$ **c)** 2a y -a

4.a) $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}, \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ **b)** $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ inversa de $\frac{5 \square \sqrt{17}}{2}$

5. a) -1, 3, 2 **b)** -1, $\frac{35}{14}$ **c)** 9

6.a) 8 y 9
b) 36 libros a Bs. 5000 c/u
c) 40 Km/hora
d)12 m/seg y 18 m/seg
e) 2000 camisas 1200 Bs. c/u
f) 100 naranjas 12 cts
g) 6, 8 y 10
h) 3, 5 y 7
i) 5 mt y 16 mt
j) 8 mt y 5 mt
k) 4 nietos
l)30 persona
20 Bs.

7.a) m = 3 $x_1 = x_2 = -3$ m = -1 $x_1 = x_2 = 1$ **b)** m = 13 x = $\frac{5}{3}$

8. a) m=1, Δ=0, dos raíces iguales a 1. m$\neq$1, $\Delta > 0$, dos raíces reales y distintas.
b)m= - 6, Δ=0, dos raíces iguales a tres. m$\neq$ -6, $\Delta > 0$, dos raíces reales y distintas.
c) k = - 2

Práctica V

1.a) $x = \frac{71}{13}, y = \frac{54}{13}$ **b)** $x = \frac{6}{5}, y = \frac{9}{5}$ **c)** $x = \frac{-213}{26}$, $y = \frac{22}{3}$

d) $x = 2, y = -4$ **e)** $x = 2, y = 3$ **f)** $x = -2, y = 3$

2.a) *m* = -2, indeterminación. m=2, no tiene solución.
m $\neq$ 2, *m* $\neq$ -2, una única solución $x = \frac{m}{m-2}, y = \frac{-6}{m-2}$

2.b) *m* = -1, indeterminación. *m* $\neq$ -1, *x* = *y* = 0.

3.a) $\frac{5}{8}$ **b)** 6 ; 12 **c)** 27 **d)** 25 ; 54
e) 1 ; 7 **f)** 30 ; 20 **g)** 4 ; 1/4

Autoevaluación

1. Al resolver la siguiente expresión $\left(2\sqrt{5}+2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{20}-\sqrt{12}\right)$ aplicando productos notables obtengo:

a) 1 **b)** 8 **c)** 32 **d)** 4

2. Al racionalizar la siguiente expresión $\dfrac{\sqrt{2\left(10-5\sqrt{2}\right)}}{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}$ obtengo:

a) 2 **b)** $\sqrt{\ }$ **c)** 2 - $\sqrt{\ }$ **d)** 2 + $\sqrt{\ }$

3. Al simplificar la expresión $\dfrac{x-1}{x+2-\dfrac{x^2+2}{x-\dfrac{x-2}{x+1}}}$ obtengo como resultado:

a) 2x + 3 **b)** $\dfrac{\ }{+}$ **c)** x - 1 **d)** x + 1

4. Al simplificar la expresión $\dfrac{a^2-b^2}{b^2-a^2}$ se obtiene como resultado:

a)1 **b)** -1 **c)** No se puede determinar **d)** Faltan datos

5. El resultado de factorizar $x^2 - 2y^2$ es:

a) (x +2y)(x – 2y) **b)** (x + $\sqrt{\ }$ y)(x - $\sqrt{\ }$ y)
c) 2^{-1} ($\sqrt{\ }$ x + $\sqrt{\ }$ y)($\sqrt{\ }$ x - $\sqrt{\ }$ y) **d)** $\left(\dfrac{\ }{\sqrt{\ }}+\ \right)\left(\dfrac{\ }{\sqrt{\ }}-\ \right)$

6. La expresión $(a-b)^2 - (a+b)^2$ es igual a:

a) $-2a^2 - 2b^2$ **b)** $2a^2 + 2b^2$ **c)** $-4a^2b^2$ **d)** – 4ab

7. La suma de las raíces de la ecuación $x^2 -(g + 2) x + f = 0$ vale -5 y su producto 7. El valor de g y f es:

a) g= 6 f = 7 **b)** g = -7 f = -6 **c)** g = 3 f = -3 **d)** g = 5 f = -6

8. ¿Cuál será el valor de m en la ecuación $(m - 1)\,x^2 + 2(m + 1)x + m = 0$, para que tenga sus raíces dobles?

a) $+\sqrt{\ }$ **b)** $-\sqrt{\ }$ **c)** - 1/3 **d)** 1/3

9. Al resolver la ecuación $\sqrt{28+2x} = \sqrt{21+x} - 1$ el valor de x es:

a) 12 **b)** 4 **c)** 4, - 12 **d)** –12

10. En el conjunto de los números reales, las raíces de la ecuación $\frac{2x^2-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1-x}{6}$ son:

a) 2/3 y - ½ **b)** 2/3 y ½ **c)** ½ y - 2/3 **d)** No tiene raíces reales

11. Hallar dos números consecutivos tales que el cuadrado del mayor exceda en 57 al triple del menor

a) 8 y 9 **b)** 7 y 6 **c)** 9 y 10 **d)** Ninguna de las anteriores

12. Un poste tiene bajo tierra 2/7 de su longitud, 2/5 del resto sumergido en agua y la parte emergente mide 6 m. Hallar la longitud del poste.

a) 10 **b)** 12 **c)** 14/7 **d)** 14

13. Al multiplicar los resultados de la racionalización de las expresiones $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ y $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ da como resultado:

a)-1 **b)**1 **c)**5 **d)**$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$

14. Si el mayor de dos números se divide entre el menor el cociente es 2 y el residuo es 4, y si 5 veces el menor se divide entre el mayor el cociente es 2 y el residuo 17. Los números son:

a)17 y 19 **b)**50 y 20 **c)**54 y 25 **d)**40 y 33

15. Somos dos números tales que si nos multiplicas entre sí y si nos divides uno entre el otro, el cociente es una cuarta parte del primero. ¿Qué números somos?

a)3 y 6 **b)**9 y 10 **c)**8 y 12 **d)**2 y 7